Напомню, как теоретики объясняют барионы:
а) У SU3 есть представления размерности 1, 8, 10;
б) Упорядоченное декартово произведение двух спиноров размерности 3 раскладывается в прямую сумму неприводимых представлений:
3х3х3=1+8+8+10

И если с первым мы ранее разобрались, то вот со вторым давайте разбираться.

Начнём для простоты с мезонов (т.е. двухкварковых частиц) из u и d кварков (где у нас только SU2). Представим произведение двух спиноров

$$\begin{matrix}a_1\\ b_1\end{matrix}\text{x}\begin{matrix}a_2\\ b_2\end{matrix}$$

Не в естественном базисе 4 переменных a_1, b_1, a_2, b_2, а иначе – разложили в прямую сумму двух линейных пространств размерности 3 и другого размерности 1.

Это записывают как (2)х(2)=3+1.

Почему пионов три? Помните, как вы (насчёт вас не знаю, а я вот да) на ядерке думал – а чего пионов три? Гораздо было бы логичней, чтобы 4: $u\bar{u}, u\bar{d}, d\bar{u}, d\bar{d}$.
Неправильное рассуждение, которое мы пока сочтём за верное (а ошибку будем искать позже): а давайте вспомним тот пример с $\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2$. Три переменные 18+ и недоступны сильному взаимодействию. Как раз три! Т.е. с точки сильного взаимодействия пион - это одна частица. Три пиона – это как раз 3 в равенстве 2х2=3+1.

Теперь добавляем s-кварк. Сначала рассмотрим

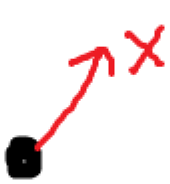
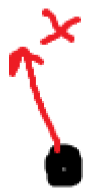
А потом - $\begin{matrix}u_1\\ d_1\\ s_1\end{matrix}$, стала $\begin{matrix}u_2\\ d_2\\ s_2\end{matrix}$. Опять говорим, что и это линейное пространство размерности 9 раскладывается в прямую сумму размерности 8 и размерности 1.
(3)х(3)=8+1.

Наконец переходим к барионам с u, d, s кварками. Там у нас
u_1 u_2 u_3
d_1, d_2, d_3 Опять говорим, что и это линейное пространство размерности 27
s_1 s_2 s_3
раскладывается в прямую сумму размерности 8, ещё одного линейного

пространства размерности 8, ещё одного линейного пространства размерности 10 и размерности 1.
(3)x(3)x(3)=1+8+8+10.

А почему так раскладывается? Потому что у SU3, как говорят математики, есть представление размерности 1, есть представление размерности 8, есть представление размерности 10.

Сильное взаимодействие различает эти пространства. Но в каждом пространстве оно «теряется» - все направления симметричны. Поэтому, если оно считает, что

 и  - есть одинаковые частицы, то у него все 2 бариона: декуплетион и барион.

А слабое и э/м взаимодействие, которые этой симметрии не видят, изначально не понимают, зачем нужно это разделение на 4 пространства 1,8,8,10. Для них изначально есть единое пространство размерности 27.

Вот ещё одна иллюстрация для понимания.
Представьте себе ВФ шести частиц:

$$\Psi = \Psi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, x_3, y_3, z_3, x_4, y_4, z_4, x_5, y_5, z_5, x_6, y_6, z_6)$$

И она вдруг факторизовалась:

$$\varphi_1(x_1, y_1, z_1)\varphi_2(x_2, y_2, z_2)\varphi_3(x_3, y_3, z_3)\varphi_4(x_4, y_4, z_4)\varphi_5(x_5, y_5, z_5)\varphi_6(x_6, y_6, z_6)$$

(так, чтобы условии симметризации или антисимметризации удовлетворялось)
Да ещё все шесть одночастичных ВФ были сферически симметричными.
Тогда бы мы сказали, что мы «развалили» 18-мерное пространство на шесть трёхмерных пространств, в каждом из котором SO3-симметрия:
18=3+3+3+3+3+3.

Вот, а мы развалили иначе:
27=1+8+8+10:

$$\varphi_0(1)\varphi_1(1,2,3,4,5,6,7,8)\varphi_2(1,2,3,4,5,6,7,8)\varphi_3(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)$$

Где вместо цифр какие-то ***действительные*** переменные.

Неудачная попытка описания ВФ барионов
ВФ одного кварка – это

$$\begin{matrix} u \\ d \\ s \end{matrix}$$

Тогда ВФ двух кварков, казалось бы, стоит записать как

$$\begin{array}{ccc} u_1u_2 & u_1d_2 & u_1s_2 \\ d_1u_2 & d_1d_2 & d_1s_2 \\ s_1u_2 & s_1d_2 & s_1s_2 \end{array}$$

Где u_1s_2 следует воспринимать не произведение на u_1 и s_2, а как одно число - «комплексная вероятность того, что первый кварк будет u, а второй s».

Ну и аналогично для трёх кварков будет уже вот такой куб из трёх слоёв:

$$\begin{array}{ccc} u_1u_2u_3 & u_1d_2u_3 & u_1s_2u_3 \\ d_1u_2u_3 & d_1d_2u_3 & d_1s_2u_3 \\ s_1u_2u_3 & s_1d_2u_3 & s_1s_2u_3 \\ u_1u_2d_3 & u_1d_2d_3 & u_1s_2d_3 \\ d_1u_2d_3 & d_1d_2d_3 & d_1s_2d_3 \\ s_1u_2d_3 & s_1d_2d_3 & s_1s_2d_3 \\ u_1u_2s_3 & u_1d_2s_3 & u_1s_2s_3 \\ d_1u_2s_3 & d_1d_2s_3 & d_1s_2s_3 \\ s_1u_2s_3 & s_1d_2s_3 & s_1s_2s_3 \end{array}$$

Красота красивая, но не имеющая никакого отношения к делу – потому что ВФ должна подчиняться принципу симметричности или антисимметричности по любой паре частиц.

Так что приходится искать какой-то другой базис – где будет выполнено это условие симметричности или антисимметричности. Собственно, это и есть 1+8+8+10:

$$\varphi_0(1)\varphi_1(1,2,3,4,5,6,7,8)\varphi_2(1,2,3,4,5,6,7,8)\varphi_3(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)$$

Проблема пропавших частиц. 18 или 27? 3 или 4?

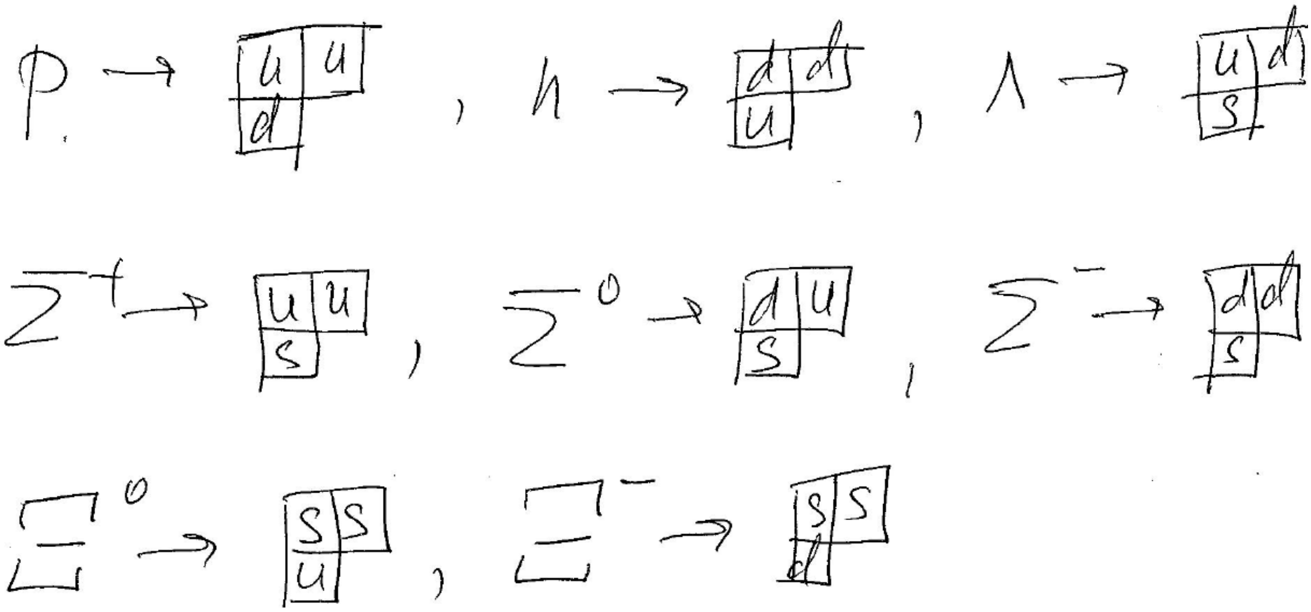
Надо обсудить ещё момент. Вот 3x3=1+8+8+10. У нас есть один декуплет (векторных частиц) и октет (скалярных). Всего 18 частиц. А не 27, как было обещано теоретиками!

Где ещё один октет? И где ещё одна одинокая частица? Кстати, её (одинокой частицы) ВФ легко угадать:

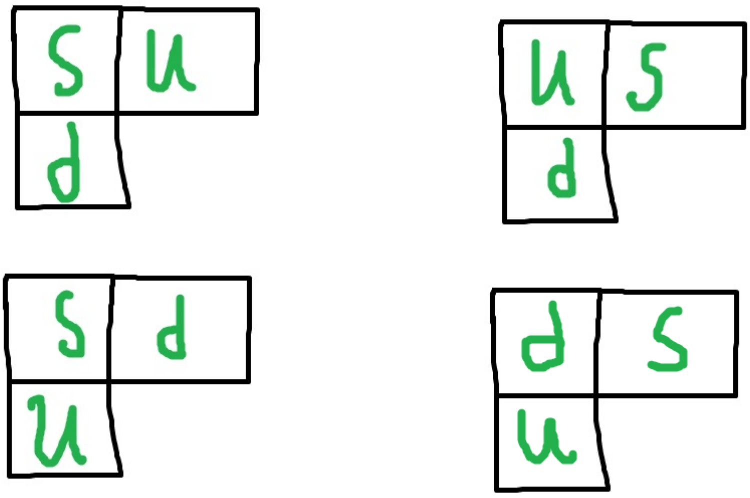
полностью антисимметричная такая.

Ответ: запрещена теоремой о связи спина со статистикой. У нас же ещё спин. Там в каком-то моменте оказывается три частицы на одном уровне, а у нас же «спин туда, спин обратно» - и более не влезает.

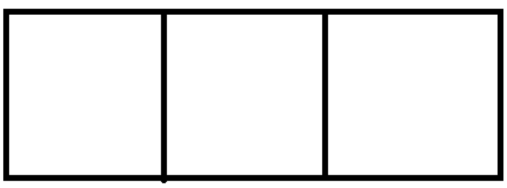
Отметим также, что к октету



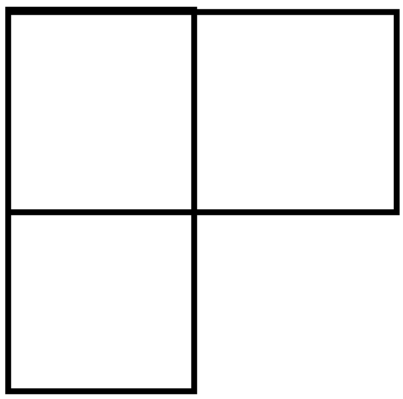
хочется добавить ещё 4 комбинации:



Т.е. схемы Юнга нам предсказывают 10 частиц вида



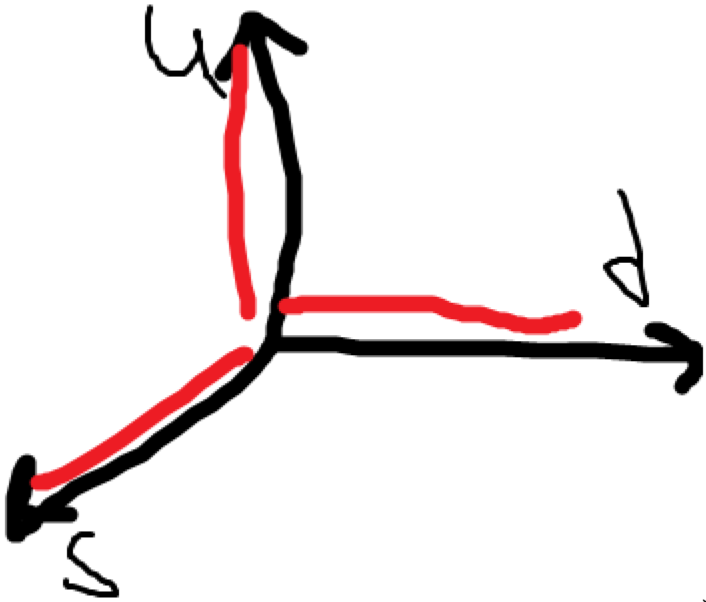
, 12 частиц вида



и 1 частицу вида

. Итого 10+12+1=23. Прекрасно – ни 18, ни 27 ☺

С 

(я ещё так её нарисую: 

)
ответ следующих: так как все три кварка антисимметричны по аромату, то по спину должны быть симметричны и частица должна иметь спин 3/2, а не ½.

А вот что делать с 12, я не знаю ☺